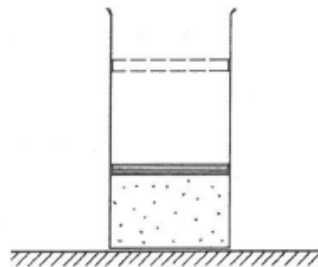


12 - Hőtan (energetika)

.1) Egy 4 dm^2 alapterületű hengerben 32 g tömegű 0°C hőmérsékletű oxigéngázt 150 kg tömegű dugattyú zár le. A külső nyomás 10^5 Pa . A henger tengelye függőleges. Az oxigén fajlagos hőkapacitása (fajhője) állandó nyomáson $917 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$.



- a) Milyen magasan áll a dugattyú? **(4,04 dm)**
 b) A gázt melegítjük, amíg a dugattyút kétszeres magasságra emelkedik. Mekkora hőmennyiség bevitelére volt szükség ehhez? **(8,01 kJ)**
 c) Mekkora relatív hibát követünk el, ha nem használjuk a megadott tapasztalati fajhőt, hanem a gázt ideálisnak tekintve számoljuk ki a szükséges hőmennyiséget? **(0,7%)**

- .a) A dugattyú egyensúlyából számolható a gáz nyomása, majd az állapotegyenletből a térfogat.
 .b) A folyamat során a nyomás állandó marad, az új hőmérséklet számolható (546 K). $Q_p = c_p m \Delta T$.
 .c) $Q_p = \frac{f+2}{2} n R \Delta T$.

.2) Jó hőszigetelésű hengerben 20 dm^3 hidrogéngázt dugattyú zár el. A hengert elzáró dugattyút *hirtelen* lenyomjuk. A végzett munka, a külső levegő által végzett munkát is beleszámítva 600 J . A gáz kezdetben normál állapotú.

- a) Mennyi a hengerben levő gáz tömege? **(1,76 g)**
 b) Mekkora a gáz hőmérséklete az összenyomás után, ha fajhője állandó térfogaton $10 \text{ 112} \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$? **(307 K)**
 c) A gázt ideálisnak tekintve számoljuk ki az új hőmérsékletet (nem használva a fajhőt). **(305 K)**

- .a) Állapotegyenlet.
 .b) Hirtelen összenyomás miatt nincs idő hőserére: $Q=0$.

Az I. főtételben $\Delta E_b = W_{gázon} = c_v m \Delta T$.

- .c) Az I. főtételben a belső energia változására most mást alkalmazunk: $\Delta E_b = W_{gázon} = \frac{f}{2} n R \Delta T = \frac{5}{2} \Delta(pV) = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$. Ebből számolható $p_2 V_2$.

Adiabatikus állapotváltozás miatt $p_2 V_2^{1,4}$ számolható a kezdeti adatokból.

A két kifejezést egymással elosztva, V_2 számolható. Ebből pedig az általános gáztörvénnyel T_2 .

.3) Egy 50 l -es tartályban $1,1 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ nyomású, 27°C hőmérsékletű, egyatomos gáz van.

- a) Hány gázatom van a tartályban? **(1,33 · 10²⁵)**
 b) Ha 270 g gázt kiengedünk, és közben a tartályban maradó gáz hőmérséklete nem változik, akkor a nyomás a tartályban $7,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ lesz. Mekkora volt a gáz kezdeti sűrűsége? **(19,2 kg/m³)**
 c) Mennyi hőt kellene közölni a tartályban maradt gázzal, hogy nyomása ismét $1,1 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ legyen? **(23,3 kJ)**

.a) $pV = NkT$.

.b) $p \sim m$ az állapotegyenlet miatt.

.c) Állandó térfogatú áll.változás $Q_V = \frac{f}{2} n R \Delta T = \frac{f}{2} (\Delta p) V$

.4) 5 g normál állapotú héliumot 20 liter étérfogatúra nyomunk össze úgy, hogy közben a gáz a környezetből hőt nem vesz fel és nem ad le. $c_v = 3160 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$.

- a) Mennyivel nőtt a gáz hőmérséklete? **(71,0 K)**
 b) Mekkora hőközléssel lehetett volna ugyanennyivel növelni a gáz hőmérsékletét állandó térfogaton? **(1120 J)**
 c) Mennyivel nőtt a gáz belső energiája? **(1120 J)**
 d) Mennyi munkát végeztünk a gázon összenyomás közben? **(1120 J)**

.a) Az állapotegyenletből adódik a kezdeti térfogat: $28,4 \text{ liter}$. Ezután az adiabatikus állapotváltozásból pedig az új nyomás. Majd általános gáztörvényből az új hőmérséklet.

.b) $Q_V = c_V m \Delta T$

.c-d) $\Delta E_b = c_V m \Delta T$ és az I. főtételben $Q=0$.

.5) Egy $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ térfogatú tartályban 10^{20} darab molekula van. A gáz nyomása 10^5 Pa . Mennyi ebben a gázban az egy szabadsági fokra jutó átlagos mozgási energia? (10^{-18} J)

1 szabadsági fokra $\frac{1}{2} kT$ energiát jut, és $pV = NkT$.

.6) 3 m^3 térfogatú tartályban $2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ nyomású gáz van 295 K hőmérsékleten. 508 J energia közlésével $0,1 \text{ K}$ -nel emeljük a gáz hőmérsékletét. Hány szabadsági foka van a gáz részecskéinek? (5)

Izobár folyamat, $Q = \Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T$, ahol nR értéke az állapotegyenletből jön.

.7) Hogyan aránylik adott hőmérsékletű levegőben a nitrogén és oxigén molekulák sebessége egymáshoz? $\left(\sqrt{\frac{8}{7}}\right)$

A translációs mozgási energia 3 szabadsági fokon tárolódik. A molekula-tömegarány a moláris tömegekből adódik.

.8)

.a) Mekkora munkával lehet a $2 \cdot 10^{27}$ darab molekulát tartalmazó gáz térfogatát felére csökkenteni állandó nyomáson, ha a gáz hőmérséklete kezdetben 300 K ? ($4,14 \cdot 10^6 \text{ J}$)

.b) Mekkora különbség lenne a felvett hőmennyiségek között, ha a gáz ammónia avagy neon lenne? ($6,21 \cdot 10^6 \text{ J}$)

.a) Izobár folyamatnál $V \sim T$. $W_{\text{gázon}} = -p\Delta V = -\Delta(pV) = -Nk\Delta T$

.b) $Q_p = \frac{f+2}{2} Nk\Delta T$

.9) Egy tartályban T_1 hőmérsékleten és p_1 nyomáson kétatomos molekulájú gáz van. A gázt T_2 hőmérsékletre melegítjük, eközben a molekulák 20%-a szétesik atomokra. A molekulák rezgésétől eltekintünk.

.a) Mekkora most a gáz nyomása? ($1,20 p_1 T_2/T_1$)

.b) Hányszorosára változott a gáz belső energiája? ($1,04 T_2/T_1$)

.a) Az állapotegyenletben térfogat fix, a nyomás nT -vel arányos lesz.

.b) A részecskék 80%-ának 5 szabadsági foka marad, míg a szétesett molekuladaraboké 3 lesz.

.10) Egyatomos gáznak kezdeti állapotában a nyomás $0,8 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, hőmérséklete 260 K .

A gáz mennyiségét csökkentve a maradék gázt olyan állapotba hoztuk, amelyben a hőmérséklete 300 K , a nyomása $1,2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, a térfogata pedig a kezdeti térfogat $\frac{2}{3}$ -ad része lett.

.a) A gáz tömegének hány százalékát távolítottuk el? ($13,33\%$)

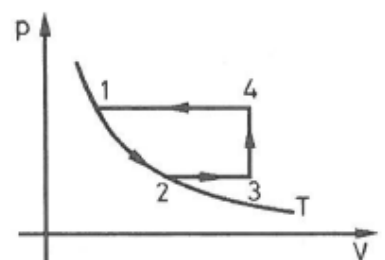
.b) Hogyan aránylik az eredeti gáz kezdeti energiája a megmaradt gáz energiájához a végső állapotban? (nem változik)

.a) Osszuk el egymással a két állapothoz tartozó állapotegyenletet.

.b) $\Delta E_b \sim \Delta(nRT) \sim \Delta(pV)$.

.11) Az ábrán ideális gáz állapotváltozásainak diagramja látható a nyomás-térfogat (p - V) állapotsíkon. Rajzoljuk meg ugyanezt a körfolyamatot a nyomás-hőmérséklet (p - T) és a térfogat-hőmérséklet (V - T) állapotsíkon, megjelölve a megfelelő pontokat!

$pV \sim T$ miatt

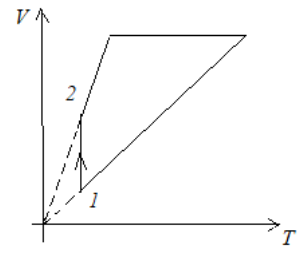
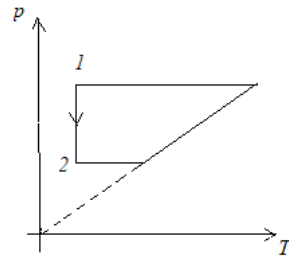


...a p - T grafikonon ...

.....az izobárok (4-1; 2-3) izobárok lesznek,
 ...az izochor (3-4) origón átmenő egyenes,
az izoterma pedig T -re merőleges egyenesszakasz.

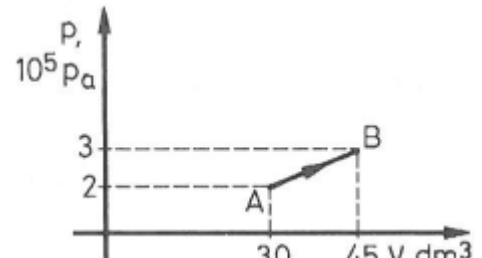
...a V - T grafikonon ...

.....az izobárok (4-1; 2-3) origón átmenő egyenesek,
 ...az izochor (3-4) konstansfüggvény,
az izoterma pedig T -re merőleges egyenesszakasz.



.12) Az ábra kétatomos molekulájú gázban végbemenő folyamatot mutat. A molekulák száma $1,2 \cdot 10^{24}$. Mekkora hőmennyiséget vesz fel a gáz a folyamat során? **(22,5 kJ)**

Az I. főtételben a belső energiaváltozás: $\frac{f}{2} \Delta(pV)$, a végzett munka nagysága a görbe alatti trapéz területe.



.13) Az oxigéngáz a kezdeti A állapotban 300 K hőmérsékletű.

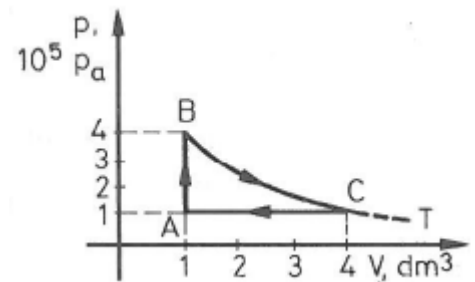
- Mekkora a gáz hőmérséklete a B és C állapotban? **(1.200 K)**
- Mekkora az $A \rightarrow B$ állapotváltozás során felvett hőmennyiség? **(750 J)**
- Mekkora a belső energiaváltozás a $B \rightarrow C$ állapotváltozáskor? **(0)**
- Mekkora a külső munkavégzés a $C \rightarrow A$ állapotváltozáskor? **(300 J)**

.a) Gay-Lussac törvények.

.b) $Q_{AB} = \Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} (\Delta p)V$

.c) A hőmérséklet állandó, a belső energia csak ettől függ.

.d) A görbe alatti terület.



.14) *Állandó mennyiségű ideális gázzal, az ábrán látható folyamatot hajtjuk végre. $T_1 = 500$ K, $T_4 = 200$ K. A 3. állapotban $3V_3 = V_1$. Mekkora ebben az állapotban az ideális gáz nyomása? **(150 kPa)**

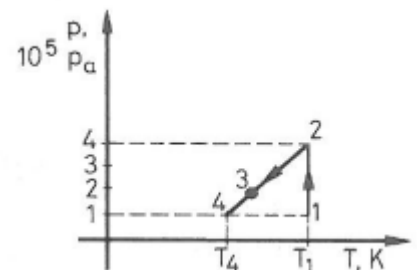
A grafikonon nem a megszokott $p(V)$ -, hanem a $p(T)$ grafikon!

A 2-4-es folyamat lineáris a $p(T)$ grafikonon. A végpontok koordinátái ismertek, így az összefüggés: $p(T) = 10^3 \frac{\text{Pa}}{\text{K}} T - 10^5 \text{ Pa}$.

Mivel a 3. állapotban csak a térfogatra vonatkozóan van információnk, azért alakítsuk át a fenti összefüggést (kiejtve T -t) a nyomás és térfogat közötti kapcsolattá, felhasználva a $pV/T = \text{áll.}$ összefüggést: $\frac{pV}{p+10^5 \text{ Pa}} = \text{áll.}$

Ennek segítségével összehasonlítjuk a 3. állapotot a 2. vagy a 4. állapottal. Ehhez azonban előtte meg kell tudni a térfogatot a 2. vagy a 4. állapotban.

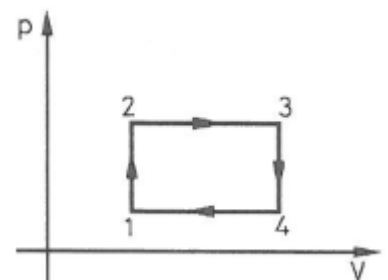
A 2. állapotban $V_2 = V_1/4$, az izoterm változás miatt, a 4. állapotban $V_4 = 2/5 V_1$ az izobár változás miatt.



.15) Állandó tömegű ideális gázzal az ábrán látható körfolyamatot hajtjuk végre.

Az 1. állapotban a hőmérséklet 200 K, a nyomás 10^5 Pa, a térfogat 10^{-3} m^3 . A hőmérséklet a 3. állapotban 800 K, míg a 2. és 4. állapotban azonos értékű.

- Mennyi a hőmérséklet értéke a 2 és 4 állapotban? **(400 K)**
- Mennyi a körfolyamat során a gáz által végzett munka? **(100 J)**
- Mennyi a körfolyamat során a gáz által felvett és leadott hő különbsége? **(100 J)**
- A körfolyamat hatásfoka 15,4%. Milyen gázról lehet szó? **(nemesgáz)**



.a) A keresett T hőmérsékletre Gay-Lussac törvényei szerint: $V_4/V_1 = T/T_1$ és $V_3/V_2 = T_3/T$.

Mivel a grafikon téglalap, ezért a fent nevezett térfogatarányok egyenlők, így $T = \sqrt{T_1 T_3}$.

.b) Így a nyomások p_1 és $2p_1$, a térfogatok V_1 és $2V_1$. A munka a bekerített terület nagysága: $p_1 V_1$.

.c) I. főtétel.

.d) A hatások: $W_{\text{gáz}}/Q_{\text{felvett.}}$.

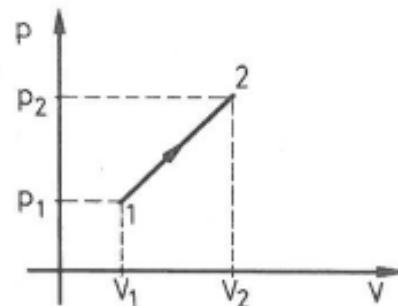
Hőfelvétel az 1-2-3 szakaszon van: $Q_{123} = \Delta E_{b13} + W_{23}^{\text{gáz}} = \frac{f}{2} \Delta(pV)_{13} + p_1 V_1 = \dots = (1,5f + 2)p_1 V_1$.

A hatások: $2/(3f+4)$, amiből $f=3$.

.16) Állandó mennyiségű gázt az 1. állapotból 2. állapotba visznek az ábrán látható módon. Az adatok: $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_1 = 1,5 \text{ l}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $p_2 = 3,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 4 \text{ l}$ a gáz állandó térfogaton mért fajhője: $3160 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, a sűrűsége normál állapotban $0,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

.a) Mekkora a gáz tömege? **(0,492 g)**

.b) Mekkora a gáz által felvett hő a folyamat során? **(2,40 kJ)**



.a) A normál állapotú sűrűséggel az állapotegyenletből adódik a moláris tömeg:

$$M = \frac{p_0}{p_0} RT_0.$$

Ezt a kezdőállapotú állapotegyenletbe téve adódik a tömeg.

.b) Az I. főtétel.

A munkavégzés a trapéz területe: 687,5 J

A belső energia változása: $\Delta E_b = c_v m \Delta T$. A végső hőmérséklet az általános gáztörvényből 1400 K.

.17) Mennyi hő szükséges a 300 K hőmérsékletű 1,2 mol mennyiségű egyatomos gáz esetén ahhoz, hogy:

.a) állandó nyomáson a térfogata megkétszereződjék? **(7,48 J)**

.b) állandó térfogaton nyomása megkétszereződjék? **(4,49 kJ)**

.c) Mekkora kinetikusenergia-növekedés jut átlagosan egy atomra az egyik, ill. a másik esetben?
(ugyanannyi: $6,21 \cdot 10^{-21} \text{ J}$)

.a-b) Gay-Lussac törvénye szerint mindkét esetben a hőmérséklet duplázódik.

$$Q_V = \frac{f}{2} n R \Delta T \text{ és } Q_p = \frac{f+2}{2} n R \Delta T$$

.c) Az ekvipartíció tétele szerint 1 szabadsági fokra $\frac{1}{2} kT$ energia jut, a kinetikus energiát 3 szabadsági fok összege adja.

.18) 32 g oxigént 8 literről 7 liter térfogatra nyomunk össze. A folyamat közben a gázt hűtjük úgy, hogy a nyomása ne változzék. A végállapotban a hőmérséklet 40°C-kal kisebb, mint a kezdő állapotban. $c_p = 916 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

a) Mennyi lett a gáz hőmérséklete? **(280 K)**

b) Mennyi volt a gáz nyomása? **(332 kPa)**

c) Hány joule munkát végeztünk? **(332 J)**

d) Hogyan és mennyivel változott a gáz belső energiája? **(- 841 J)**

.a) A hőmérsékletaránya a Gay-Lussac törvényből adódik. Különbségük pedig ismert.

.b) Állapotegyenlet a kezdőállapotra.

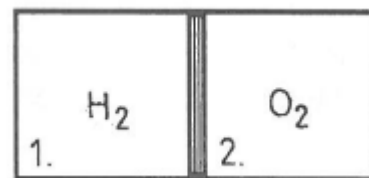
.c) Állandó nyomáson $W_{\text{gázon}} = -p \Delta V$.

.d) Ha a megadott fajhővel számolunk, az I. főtételt használjuk:

$$\Delta E_b = Q + W^{\text{gázon}} = c_p m \Delta T - p \Delta V = -840,5 \text{ J}.$$

Ha ideális gáznak tekintenénk, akkor $Q_p = \frac{f+2}{2} n R \Delta T = -831,4 \text{ J}$.

.19) Egy hengerben a súrlódás nélkül mozgó dugattyú egyik oldalán 15 liter hidrogén, a másik oldalán 15 liter oxigén van, mindkettő normál állapotú.



.a) A hidrogént 400 K-ra melegítjük és ezen a hőmérsékleten tartjuk, miközben biztosítjuk, hogy az oxigén 273 K-on maradjon. Mekkora ebben az állapotban a hidrogén térfogata és az oxigén nyomása? **(17,83 liter; 123 kPa)**

.b) Ha a 400 K hőmérsékletű hidrogént és a 273 K-os oxigént a környezetétől úgy szigeteljük el, hogy csak egymásnak adhatnak át hőt, a most jó hővezető dugattyú falán keresztül, akkor az egyensúly beállta után mennyi lesz a közös hőmérséklet? $c_{vH} = 10.110 \frac{J}{kg \cdot K}$, $c_{vO} = 653 \frac{J}{kg \cdot K}$. **(336 K)**

.c) Hogyan változik a gázok nyomása a melegítési folyamat időtartama alatt? **(sehogy)**

.a) A nyomás a két térrészben mindvégig megegyezik (súrlódásmentes dugattyú). A bal gázra az általános gáztörvényt, a jobb oldalra a Boyle-Mariotte törvényt alkalmazzuk.

.b) A hőt csak egymásnak adhatják, így a két felvett hő összege 0. A munkát csak egymáson végezhetik, így a kicsi, elemi $-p\Delta V$ munkák összege is 0 (p azonos, ΔV ellentétes). Tehát a belső energiák összege is állandó marad (I. főtétel).

A megadott állandókat használva, a hőmennyiségek összege: $c_{p1}m_1\Delta T_1 + c_{p2}m_2\Delta T_1 = 0$. Az anyagi minőségeket figyelembe véve: $c_{p1}n_1M_1\Delta T_1 + c_{p2}n_2M_2\Delta T_2 = 0$. Mivel normál állapotban egyenlő térfogatúak voltak, az (állapotegyenletek szerint) azonosak a mólszámok, ezzel egyszerűsíthetünk. $T = 336 K$.

[Ideális gáznak tekintve őket, a belső energia-változások összege: $\frac{5}{2}n_1R\Delta T_1 + \frac{5}{2}n_2R\Delta T_2 = 0$, amiből $\Delta T_1 + \Delta T_2 = 0$, a közös végső hőmérséklet a kezdetiek számtani közepe lesz: $T = 337 K$.]

.c) A hőmérséklet-kiegyenlítődési folyamat során *belső energiáik összege időben állandó*, miközben a két *nyomás is azonos* és a *térfogatok összege is állandó*. Így $E_b = \frac{3}{2}n_1RT_1(t) + \frac{3}{2}n_1RT_2(t) = \frac{3}{2}p(t)V_1(t) + \frac{3}{2}p(t)V_2(t) = \frac{3}{2}p(t)[V_1(t) + V_2(t)] = \frac{3}{2}p(t) \cdot 30 \text{ liter}$ időbeli állandósága egyben a $p(t)$ időbeli állandóságát is jelenti.

.20) Függőleges helyzetű, 100 cm^2 keresztmetszetű hengerben 20 kg tömegű dugattyú 10 liter térfogatú, 25°C hőmérsékletű gázt zár be. A gázra $c_p = 920 \frac{J}{kg \cdot K}$, a sűrűség 0°C -on és 10^5 Pa nyomáson $1,43 \frac{kg}{m^3}$.

A külső levegő nyomása 10^5 Pa .

.a) Mennyi munkát végez a gáz, ha a hőmérséklet lassan 108° -ra növekszik? **(334 J)**

.b) Mennyi hő szükséges a gáz felmelegítéséhez? **(1,20 kJ)**

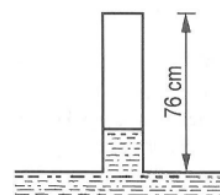
.a) A dugattyú egyensúlyából a kezdeti nyomás 120 kPa, ami végig állandó marad. Gay-Lussac törvényéből az új térfogat, majd ebből a munkavégzés adódik.

.b) $Q_p = c_p m \Delta T$. A tömeget a kezdeti sűrűségből, a kezdeti sűrűséget a normálállapotú adatokból számolhatjuk, figyelembe véve, hogy $\rho \sim \frac{p}{T}$ (az állapotegyenletből).

.21) Egy 76 cm hosszú, felül zárt üvegcső alsó vége higanyba merül, a cső részben higannyal telt, felette az elzárt térben 0,001 mol levegő van. A külső légköri nyomás 76 cm-es higanyoszlop nyomásával tart egyensúlyt.

.a) Mennyi hőt ad le a csőbe zárt levegő, amikor a hőmérséklete 10°C -kal csökken? **(0,249 J)**

.b) Mekkora ezen folyamat során a gáz mólhője? **(3R)**



.a) Az I. főtételt használjuk. Bennne ΔE_b könnyen számolható.

A munkavégzéshez a p-V grafikon alatti terület szükséges. Ez trapéz, ugyanis (a dugattyú egyensúlyából) adódik, hogy $p = x\rho g$, ahol x a légoszlop hossza, tehát a gáz *nyomása egyenesen arányos a térfogattal*.

$$\text{Területe } \frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_1-V_2) = \frac{1}{2}(p_1V_1 - p_2V_2 - p_1V_2 + p_2V_1) = \frac{1}{2}\Delta(pV) + (-p_1V_2 + p_2V_1) = \\ = \frac{1}{2}nR\Delta T + (-p_1V_2 + p_2V_1).$$

Mivel azonban a nyomás is és a térfogat is egyenesen arányos a légoszlop hosszával, ezért a hátsó zárójel értéke $-p_1V_2 + p_2V_1 = -(x_1\rho g)x_2A + (x_2\rho g)x_1A = 0$.

b) $C_M = Q/(n\Delta T)$.

.22) Egy zárt tartályban összesen 2,2 kg tömegű héliumból és oxigénből álló gázkeverék van 0°C hőmérsékleten. A gázkeverékkel 143,5 kJ hőt közlünk és a hőmérséklete 50°C-kal, nyomása 13 740 Pa-lal növekedett. A hélium mólhője állandó térfogaton $12,3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, az oxigéné $20,5 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

a) Mennyi a gázok tömege? **(0,6 kg; 1,6 kg)**

b) Mekkora volt a gázkeverék eredeti nyomása? **(7,51·10⁴ Pa)**

c) Mekkora az edény térfogata? **(6,05 m³)**

a) A két anyagmennyiségre egyenletrendszer adódik: Az össztömegből és a közölt hóból.

b) Vegyük a keverékre felírt állapotegyenlet megváltozását.

c) Állapotegyenlet a kezdeti keverékre.

.23) Egy ideális gáz táguláskor 200 J munkát végez. A gáz állandó nyomáson és állandó térfogaton mért fajhőjének hányadosa 1,4.

a) Mennyi hőt vesz fel a gáz, ha a 200 J munkát állandó nyomáson végzi? **(700 J)**

b) Mennyi hőt vesz fel a gáz, ha a 200 J munkát állandó hőmérsékleten végzi? **(200 J)**

a) Az I. főtétele szerint: $c_v m \Delta T$ és $c_p m \Delta T$ különbsége 200 J, miközben arányuk 1,4.

b) Nincs belső energiaváltozás.

.24) Egyatomos molekulából álló gázzal az ábrán látható körfolyamatot végzik. A molekulák száma $3 \cdot 10^{23}$.

a) Mekkora az egy körfolyamatban hasznosítható munka? **(1.863 J)**

b) Mekkora a felvett hő? **(10.557 J)**

c) Mekkora a leadott hő? **(8.694 J)**

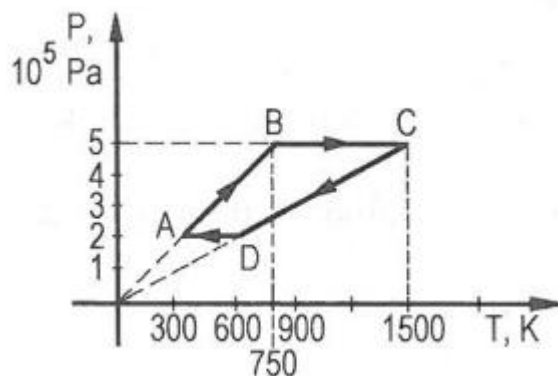
A munka a p-V diagrammomon számolható, ezért célszerű ábrázolni. Téglalap lesz.

V az állapotegyenletből számolható. A belső energia változásának előjele a hőmérsékletváltozás előjelével azonos, a munka a előjele a térfogatváltozás irányától függ. Hőfelvétel A-B-C részen van, másutt hőleadás.

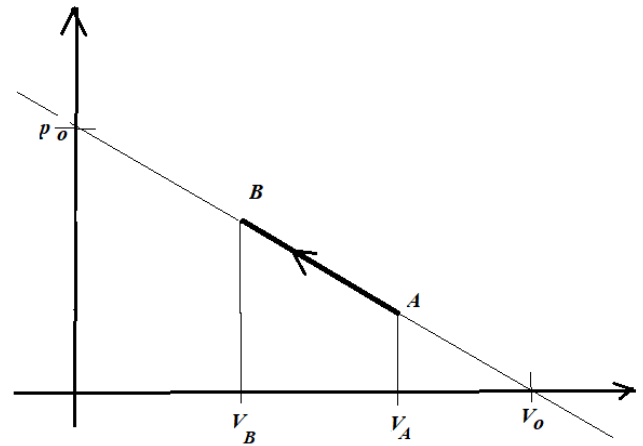
a) A téglalap területe.

b) $Q^{\text{fel}} = (\Delta E_b)_{AC} + (W^{\text{gázé}})_{BC}$.

c) $Q^{\text{le}} = (\Delta E_b)_{CA} + (W^{\text{gázé}})_{DA}$.



.25) *Oxigén gáz végzi az ábrán látható folyamatot A ponttól B pontig, egyenesszakasz mentén. A grafikonon $p_o = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_o = 12 \text{ dm}^3$. $V_A = 8/12 V_o$, $V_B = 5/12 V_o$, $T_A = 300 \text{ K}$.



.a) A folyamat során mennyi volt a hőfelvétel és hőleadás, és a folyamat melyik szakaszán történt ez?

($\frac{1}{48} p_o V_o$ hőfelvétel $V = \frac{7}{12} V_o$ -ig, majd $\frac{4}{48} p_o V_o$ hőleadás)

.b) Mekkora a folyamat során a gáz maximális hőmérséklete és mekkora térfogatnál mérhető ez? ($\frac{9}{8} T_A$; $\frac{6}{12} V_o$)

.c) Ábrázoljuk a gáz hőkapacitását a térfogat függvényében.

.a) A folyamatot leíró $p(V)$ függvényt kaphuk, ha az A és B pontokra egyenes illesztünk:

$$p(V) = -\frac{p_o}{V_o} V + p_o. \text{ Ebből } p_A \text{ és } p_B \text{ meghatározható.}$$

Számoljuk ki a V_A **térfogattól** induló, a közbeeső V **térfogatig** tartó folyamat során **felvett hőmennyiséget**! (Az első főtételben a belső energiaváltozás $\frac{5}{2} \Delta(pV)$, míg a munka a görbe alatti trapéz területe.)

A felvett hő a közbeeső V térfogatnak másodfokú függvénye, így teljes négyzetté alakítás után:

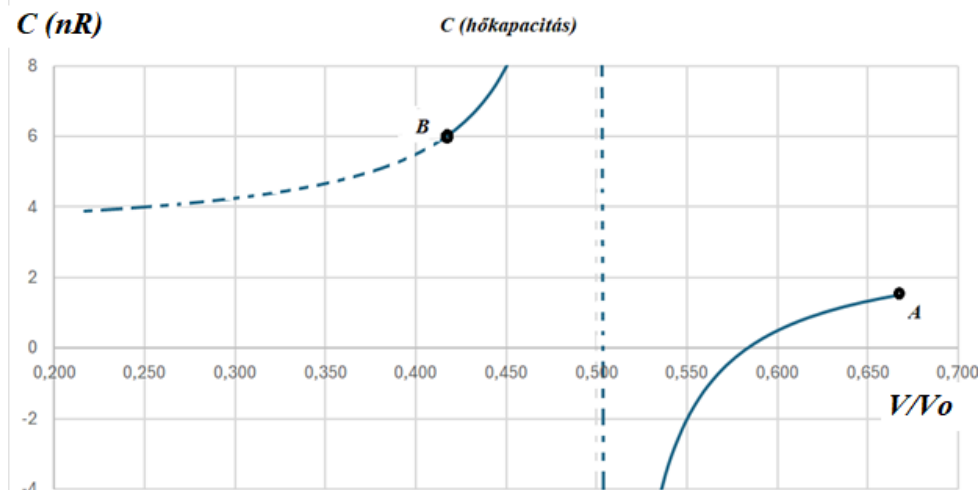
$Q = -3p_o V_o \left(\frac{V}{V_o} - \frac{7}{12} \right)^2 + \frac{1}{48} p_o V_o$, amiből jól látható, hogy a folyamat elején nő, majd elérve maximumát, csökkenésnek indul. Tehát $V/V_o = 7/12$ -ig főfelvétel, utána hőleadás van. Azaz **előbb melegíteni, később hűteni kell** a gázt.

.b) A **hőmérséklet** az állapotegyenletből [felhasználva a $p(V)$ függvényt] szintén másodfokú függvénye a térfogatnak: $T(V) = -\frac{9}{2} T_A \left(\frac{V}{V_o} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{9}{8} T_A$. Maximuma a folyamat során **később** következik be mint a hőfelvétel-hőleadás váltása! Így $V/V_o = 7/12$ -től $6/12$ -ig a gáz **hőt ad le, miközben melegszik**! (Ezalatt a melegedést a hőleadás ellenére az összenyomódó gázon végzett külső munka biztosítja.)

.c) Vegyünk két alig különböző V_1 és V_2 térfogatú állapotokat. Közöttük az átlagos hőkapacitás:

$$C = \frac{Q(V_2) - Q(V_1)}{T_2 - T_1}. \text{ Behelyettesítés után, } V_1 \approx V_2 \approx V \text{ közelítéssel } C(V) = \left(-\frac{\frac{V_o}{4}}{V - \frac{V_o}{2}} + 3 \right) nR \text{ adódik.}$$

A grafikonon jól látszik, hogy $V/V_o = 7/12$ -nél **negatívvá válik** (ΔQ előjele fordul!), majd $V/V_o = 6/12$ környékén abszolútértéke végtelenhez tart (ΔT a 0-hoz tart, mert alig változik). Majd $V/V_o = 7/12$ -től $5/12$ -ig hűl, és közben hőt ad le, C ismét pozitív lesz.



.26) *Alul zárt, felül nyitott függőleges kémcső alsó felében levegő van, amit a felső félben lévő, a csövet teljesen megtöltő higany zár el. A cső hossza $H=152\text{ cm}$, a külső légnyomás $p_o=76\text{ Hgcm}$. A csövet lassan *melegíteni* kezdjük, amíg az összes higany el nem hagyja a csövet.

.a) Mennyi hőt kell közölni a levegővel, hogy a teljes higany mennyiség elhagyja a csövet? $\left(\frac{27}{32}p_1V_1\right)$

.b) A cső térfogatának hányad részét foglalja el a levegő, amikor a hőmérséklet maximális lesz? $\left(\frac{16}{32}\right)$

.c) Ábrázoljuk a levegő hőkapacitását a térfogat függvényében!

.a) Az elrendezés miatt a levegő mindenkor nyomása a külső állandó légnyomás és a higany hidrosztatikai nyomásának összege. Emiatt a **nyomás** a térfogatnak lineáris függvénye lesz: $p(V) = p_o \left(3 - \frac{V}{V_1}\right) = \frac{1}{2}p_1 \left(3 - \frac{V}{V_1}\right)$, ahol p_1 és V_1 a levegő kezdeti adatai.

Emiatt a gáz által végzett munka a $p(V)$ grafikon egyenese alatti területtel számolható, a belső energiaváltozás $\frac{5}{2}\Delta(pV)$.

A folyamat kezdetétől felvett hő (az első főtételből), a térfogatnak másodfokú függvénye lesz. Teljes négyzetté alakítva: $Q = -\frac{3}{2}\frac{p_1}{V_1} \left(V - \frac{7}{4}V_1\right)^2 + \frac{27}{32}p_1V_1$.

Tehát a folyamat **hőfelvétellel** indul, egészen a $V = \frac{7}{4}V_1 = \frac{7}{8}AH$ állapotig, amikor a **gáz a cső $\frac{7}{8}$ -adát foglalja el**, higany pedig már csak a cső felső $1/8$ -ad részében van. Ekkor van a - kezdettől számított- felvett hőmennyiségnek maximuma, eddig a gáz felvett $\frac{27}{32}p_1V_1$ hőt, melegíteni kellett. Innentől, az **egyensúlyi folyamatokon keresztül történő további térfogatonövekedéshez hőt kellene elvonni!** De ez nem lehetséges, mert a feladat szövege szerint a csővel csak hőt lehet közölni!....(folytatás később).

.b) **A hőmérséklet** (az állapotegyenletből) szintén másodfokú függvénye lesz a térfogatnak:

$T(V) = T_1 \left[-\frac{1}{2V_1^2} \left(V - \frac{3}{2}V_1\right)^2 + \frac{9}{8} \right]$. Maximuma $V = \frac{3}{2}V_1 = \frac{6}{8}AH$ esetén, **a csőhossz $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ -adánál** következik be.

Korábban, mint a hőfelvételi szakasz vége! Míg veszi fel a hőt, de közben már hűl (ui. az általa végzett tágulási munka meghaladja a felvett hőmennyiséget). Hőkapacitása negatív.

A p - V grafikonon a **hőfelvételnek az felel meg**, hogy a gáz állapotát jelző pont az **origótól távolabbi adiabatára** kerül. A $V = \frac{7}{8}AH$ állapot kis környezetében a gáz már nem vesz fel további hőt, ebben az állapotban van a legmagasabb adiabatán, és ez az adiabata ebben a pontban érinti a lineáris $p(V)$ grafikont.

A lineáris szakaszon maradáshoz (akár előre, akár hátra) mindenképpen hőelvonás lenne szükséges. Mivel ez lehetetlen, **a továbbiakban csakis $Q=0$, adiabatikus folyamatok** jönnek szóba.

Az adiabatán mozogva azonban egy kis zavar hatására bekövetkező térfogatváltozás esetén, a gáz nyomása nagyobb lenne, mint amit a lineáris folyamat előírna és e nagyobb nyomás **a higanyt kilövi a csőből**, miközben a gáz adiabatikus kitágulása során (a belső energia rovasára, csökkenő a hőmérséklet mellett), a gáz munkavégzése emeli a higanyt és mozgási energiát is ad neki.

[Így kis térfogatcsökkenés esetén (ha még valaki a higanyt vissza is töltene) a gáz nyomása meghaladná azt a nyomást, amit korábban még a hőfelvételi szakasz ezen térfogatában a gáz birtokolt, ezért ez a higanyt felfelé mozdítaná, azaz vissza az előbbi egyensúlyi helyzet felé.

Ámde, ha a kicsi térfogatonövekedés következne be (miközben kis higany is folyik), akkor az adiabatikusan kitáguló gáz új nyomása ismét meghaladja azt a nyomást, mely ekkora térfogathoz, ilyen kicsi higanydugóhoz tartozna, így a higanydugóra alulról ható nagyobb nyomás hatására az meg inkább felfelé mozdul, újabb gyors, adiabatikus kitágulást okozva....stb. Tehát ez az egyensúlyi állapot a **lefelé elmozdulásra stabilis, a felfelé elmozdulásra labilis.**]

Tehát ha a $V = \frac{7}{8}AH$ állapotban ...

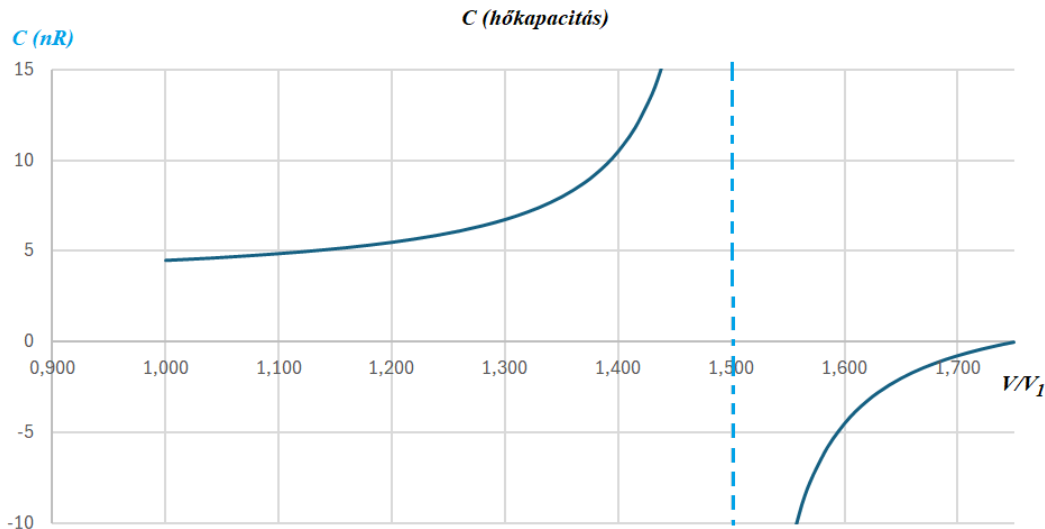
.....beszűntetjük a hőközlést,

.....és a ezt az állapotot nagyon lassan (a hőközlés teljesítményének 0-hoz tartásával) közelítettük meg (a higanydugónak ekkor nem lesz felfelé mutató sebessége),

.....továbbá szerencsések vagyunk és semmiféle kicsi zavar, rázkódás, stb.. nem következik be, akkor a higany megmaradhat a cső felső 1/8-ában.

Ha azonban a fenti feltételek közül bármelyik is hiányzik, a csőbeli higanydugó „magától”, további hőközlés nélkül gyorsan elhagyja a csövet.

.c) A hőkapacitás nagyon közeli V' és V állapotok közötti folyamatra: $C = \frac{Q(V')-Q(V)}{T'-T}$, amit a fenti függvények segítségével egyszerűbb alakra hozunk, majd $V' \approx V$ közelítést alkalmazva: $C = 3nR \left(1 - \frac{\frac{V_1}{V} - \frac{4}{3\frac{V_1}{V}}}{2} \right)$. A grafikonon a negatív szakasz a hőt felvevő, de közben hűlő szakasznak felel meg. $V = \frac{3}{2} V_1$ -környékén a hőkapacitás nagyon nagy lesz, mert a hőmérséklet ekkor alig változik nemnulla hőfelvétel mellett.



.27) *Termoszban (kaloriméter) összekeverünk 3 kg -5°C -os jeget, 2 liter 70°C -os vizet, 1,5 kg 120°C -os vízgőzt és még egy 4 kg-os, 600°C -os vasdarabot is beledobunk. A megoldáshoz az alábbi anyagi állandókat használjuk fel: $2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^\circ\text{C}}$, $0,465 \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^\circ\text{C}}$, $4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^\circ\text{C}}$, $335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $1,85 \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^\circ\text{C}}$, $2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

.a) Azonosítsuk a megadott állandókat.

.b) Milyen halmazállapotok és mekkora hőmérsékleten lesznek jelen az egyensúly beállta után?
(0,810 kg gőz, 100°C)

.a) Sűg a mértékegység, segít a függvénytáblázat.

.b) Vigyük a rendszert egy tetszőlegesen kiválasztott, de termikus egyensúlyban lévő állapotba, és számoljuk ki, mennyi hőre van ehhez szüksége. Gondolatban ezt a hőmennyiséget „kölcsonadtuk” a rendszernek. Ekkor az eredeti jég, víz és gőz ugyanabban az állapotban van.

Vonjuk most el a „kölcsonadt” hőt! Könnyű lesz a számolás, mert csak két komponense van (vas és pl. víz). Végül 100°C -os víz és gőz és vas lesz a végállapot.

.28) *Egy nagyméretű dugattyús edényben a betölt dugattyú csupán 1 kg 0°C -os vizet zár el. Mennyivel kell megnövelni az edény térfogatát a dugattyú kihúzásával, ha az edényben végül csak jeget és vízgőzt szeretnénk találni? Legyen a párolgáshő 0°C -on 2500 kJ/kg , az olvadáshő 335 kJ/kg , a jég sűrűsége 900 kg/m^3 , a vízé 1000 kg/m^3 . (24 527 liter)

A gőz a párolgásához szükséges hőt a maradék víztől veszi el, ami ettől jéggé fagy.

Az elpárolgó vízmennyiség 118 gramm lesz. A gőz térfogata az állapotegyenletből 24 527 liter.

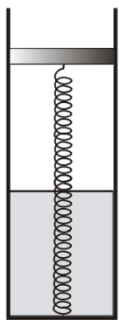
A visszamaradó tömeg jékként csupán 0,98 liter, de a víz is 1 litert tett ki eredetileg. A közöttük lévő különbség messze elhanyagolható a vízgőz térfogatához képest.

.30) *Szájával függőlegesen felfelé álló kémcsőben 35 °C-os hőmérsékleten 3 mm magas folyékony étert zár el 25 cm hosszú higanyoszlop. A külső légnyomás 10^5 Pa, az éter forráspontja ezen a nyomáson éppen 35 °C. (A folyékony éter sűrűsége $0,700 \text{ g/cm}^3$, moláris tömege 74 g/mol . A higany 13,6-szor sűrűbb a víznél.) Az elegendően hosszú csövet lassan megfordítjuk. Milyen hosszú lesz a higany által elzárt térrész? **(11 cm)**

A forráspontján lévő éterre kezdetben a külső normál nyomásnál nagyobb, a megfordított csőben kisebb nyomás nehezedik. Így kezdetben nem forr, a végén pedig (a lassú folyamat izotermikus) mind elforr.

Az étergőzre felírt állapotegyenletben a tömeg a folyékony éter sűrűségéből, a nyomás pedig a higanydugó egyensúlyából adódik. A cső keresztmetszete kiesik.

.31) *Függőlegesen álló hengerben 10 liter víz és 10 liter levegő található 1°C hőmérsékleten. A hengert lezáró dugattyú felszíne 1 dm^2 , tömege 10 kg. A dugattyúhoz és a henger aljához 1000 N/m rugóállandójú rugó van rögzítve, ami kezdetben nyújtatlan. A hőmérsékletet lassan növeljük, a külső légnyomás 10^5 Pa.



.a) Mennyit emelkedik a dugattyú, ha a hőmérsékletet 10°C-ra növeljük? **(1,7 cm)**

.b) Mennyit emelkedik a dugattyú, ha a hőmérsékletet 100°C-ra növeljük? **(75,4 cm)**

.c) Határozzuk meg a dugattyú emelkedését abban az esetben is, ha kezdetben a 20 liter térfogatú tartályban a levegő mellett mindössze 9 gramm víz található, és a rendszer hőmérsékletét a kezdeti 1°C-ról 100°C-ra emeljük! A megoldás során alkalmazzunk észszerű közelítéseket és használjuk a függvénytáblát. **(62,9 cm)**

Vizsgáljuk a dugattyú egyensúlyát!

A lefelé ható erők által biztosított nyomás $p_o + mg/A$ (állandó) és $Dx/A = D\Delta V/A^2$ (térfogatfüggő).

A felfelé ható nyomás a levegő és a telített vízgőz parciális nyomásának összege. Az utóbbi a függvénytáblázatból kiolvasható, az előbbi az általános gáztörvényből számítható azzal a feltételezéssel, hogy a gőz mennyiség növekedésekor a vízmennyiség csökkenése elhanyagolható. E közelítés jogosságát utólag ellenőrizni kell! Az alábbi

egyenlet adódik a térfogattömegnövekedésre: $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 10^7 \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3} \Delta V = p_{\text{gőz}} + 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \frac{0,01 \text{ m}^3}{0,01 \text{ m}^3 + \Delta V} \frac{T}{T_0}$

.a) A gőznyomás (1226 Pa) elhanyagolható a bal oldali 10^5 Pa nagyságrendű nyomás mellett. A ΔV -re adódó másodfokú egyenlet megoldható.

A $10 \text{ liter} + \Delta V = 10,17 \text{ liter}$ térfogatban lévő gőz (sűrűsége $0,0094 \text{ kg/m}^3$) tömege csupán $0,96 \text{ gramm}$, ami elhanyagolható a kezdeti 10 kg -os víztömeghez képest, a víz térfogatcsökkenése elhanyagolható.

.b) A gőznyomás 10^5 Pa , nem elhanyagolható. $\Delta V = 7,54 \text{ liter}$.

A $17,54 \text{ liter}$ térfogatban lévő gőz (sűrűsége $0,5977 \text{ kg/m}^3$) $10,5 \text{ gramm}$, ami még mindig elhanyagolható a kezdeti 10 kg -os víztömeghez képest, a víz térfogatcsökkenése még mindig elhanyagolható, a feltételezés jogos volt.

.c) Gyanítható, hogy most túl kevés a víz a telített gőzállapot kialakulásához. Ellenőrizve: a 9 g víz $0,5977 \text{ kg/m}^3$ -os sűrűségével csupán $15,06 \text{ liter}$ töltene meg, ami még 20 liter -nél kevesebb.

Így most az egyenletet módosítani kell: a gőznyomás az állapotegyenletből számolható, hiszen nem lesz telített:

$p_{\text{gőz}} = \frac{1551 \text{ J/m}^3}{0,02 \text{ m}^3 + \Delta V}$. Módosul a levegő parciális nyomása is: $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \frac{0,02 \text{ m}^3}{0,02 \text{ m}^3 + \Delta V} \frac{373}{274}$.

.32) Függőleges, mindkét végén nyitott, a két végén eltérő keresztmetszetű csőben két súrlódásmentesen mozgó dugattyút nyújthatatlan, feszes fonál köt össze. A felső dugattyú keresztmetszete 10 cm^2 -rel nagyobb az alsóénál. A dugattyúk 1 mol egyatomos gázt zárnak be, miközben tömegük egyenként 5 kg .

.a) Mennyivel kell megnövelni a gáz hőmérsékletét, hogy a dugattyúk $b = 5 \text{ cm}$ -t mozduljanak el? **(1,20 K)**

.b) Mennyi hőközlés szükséges ehhez? **(25 J)**



.a) Írjuk fel majd adjuk össze a dugattyúkra ható erők egyensúlyát kifejező két egyenletet.

Kiderül, hogy a bezárt gáz nyomása állandó a folyamat során: $p = p_o + \frac{2mg}{A_2 - A_1}$.

(Másképpen: A dugattyúkra ható $2mg$ nehézségi erővel a külső és belső gáz nyomóerőinek különbsége tart egyensúlyt. Mivel a szemben álló nyomások különbségével arányos a dugattyúkra kifejtett erőkülönbség, ezért a nyomáskülönbségnek állandónak kell maradnia.)

T növelésével pV nő, tehát V is, azaz a dugattyúk felfelé mozdulnak.

Gay-Lussac törvényét felírva az új T' hőmérséklet és a dugattyú b elmozdulása közötti kapcsolatot: $\frac{T'}{T} = \frac{A_1(h_1-b)+A_2(h_2+b)}{A_1h_1+A_2h_2}$, amiből $\Delta T = b(A_2 - A_1) \frac{T}{V_1} = b(A_2 - A_1) \frac{p}{nR}$.

b) $Q_p = \frac{f}{2} nR\Delta T$

.33) *Két egyforma gömbbel ugyanannyi hőt közlünk. Az egyik hőszigetelő fonálon függ, a másik hőszigetelő lapon nyugszik.

.a) Melyiknek lesz magasabb a hőmérséklete? (**a függőé**)

.b) Becsüljük meg a hőmérsékletkülönbséget, ha a golyók vasból vannak és 10 cm átmérőjűek, és 100°C hőmérsékletnövelés történik. (**0,0002 °C ; $2,5 \cdot 10^{-6}$ °C**)

.a) Mindkét golyó ugyanannyit melegszik és tágul, de az asztalon álló tömegközéppontja emelkedik, a lógóé süllyed. A két golyó nagyjából azonos mérettű és hőmérsékletű lesz, de a tömegközéppontjuk elmozdul fel/le.

.b) Az I. főtételben a tágulási munkát és a nehézségi erő munkáját is vegyük figyelembe:

$$Q = \Delta E_b + W_{testé} \pm \Delta E_h = c_V m \Delta t + p \Delta V \pm mgr \propto \Delta t = \dots = m \Delta t (c_V + \frac{3p}{\rho} \propto \pm gr \propto)$$

A zárójel három tagjának aránya közelítőleg: $4 \cdot 10^7 : 39 : 1$. Így a 3. tag a zárójel értékének kb. $\frac{1}{4 \cdot 10^7}$ -ed részét képviseli, így az azonos hőmennyiségek miatt a Δt -ben ekkora változást okoz. Ezért a két golyó hőmérsékletkülönbsége $2,5 \cdot 10^{-6}$ °C.

.34) *Közönséges csapvízből és ugyanolyan hőmérsékletű erősen sós vízből ugyanannyit töltünk két egyforma üvegpohárba. Ezután egyforma, azonos jégkockákból ugyanannyit teszünk mindkét pohárba.

.a) Melyik edényben olvad el előbb a jég? (**tiszta vízben**)

.b) Végezzük el a kísérletet és mérjük az oladási időket! (**10-szeres**)

.c) Az iménti jégkockákba eredetileg kis vasgolyókat fagyasztunk, hogy azok a poharak vízében elmerüljenek. Most melyikben olvad gyorsabban? (**a sós vízben**)

.a-b) A lényeg: *A sűrűség szerinti növekvő sorrend: hideg tiszta-, szobahőmérsékletű tiszta-, szobahőmérsékletű sós víz.*

A felszínen úszó jég olvadásakor 0 °C-os tiszta víz keletkezik.

A tiszta vizes pohárban hőáramlás indul meg, ami folyamatosan szobahőmérsékletű vizet szállít a felül úszó olvadó jéghez.

A sós vizes pohárban nem lesz hőáramlás, a 0 °C-os olvadékvízben úszik a jégkocka. A hőt alulról csak hővezetéssel kaphatja, de a víz rossz hővezető.

A tengeri jéghegyek is lassan olvadnak a sós tengervízben.

.c) Az alulra süllyedt jégkockákból kiolvadó tiszta 0 °C-os tiszta víz a tiszta vizes pohárban nem emelkedik fel, hőáramlás nem lesz. A sós vizesben pedig lesz.

Végezzük el a kísérleteket olyan jégkockákkal is, amibe eredetileg ételfestékes vízből fagyasztottunk. A hőáramlás szemmel látható lesz!

.35) *Azonos tömegben áll rendelkezésre 0 °C-os tiszta hidegvíz és 100 °C-os meleg gyógyvíz. Vannak továbbá olyan fallal elválasztott edényeink, melyekben a két beöntött vízmennyiség hőt tud cserélni (hőmérséklete kiegyenlítődik) anélkül, hogy összekeverednének. Célunk a tiszta víz minél magasabb hőmérsékletűvé való felmelegítése (a gyógyvíz lehűtése árán). Mit tegyünk, hogyan használjuk az edényeinket?

Mennyire melegíthető fel a tiszta víz?

Vizsgáljuk meg az alábbi ötleteket:

.a) Egyszerre töltjük mindkét vízmennyiséget az edénybe. (50 °C)

.b) A hideg vizet osszuk 3 egyenlő részre, 3 különböző edény egyik felébe, majd az eredetileg forró vizet előbb az első edénybe öntsük, majd onnan a másodikba, végül a harmadikba. Végül öntsük össze a tiszta víz 3 részét. (A hideg vízből készített „három kocsis vonaa elhalad az egyben tartott melegvíz mellett”.) (57,8 °C)

.c) Most a gyógyvizet osszuk 3 részre, és az egyben tartott tiszta vízzel hozzuk kölcsönhatásba a részeit, végül öntsük össze a részeket. (A melegvíz „három kocsis vonata elhalad az egyben tartott hideg víz mellett”.) (57,8 °C)

.d) Most mindkét vizet osszuk 5 egyenlő részre, képezzünk belőlük egy-egy „5 kocsi” álló vonatot”, amelyek egymással szemben haladva találkoznak és a közvetlenül egymás mellett álló „kocsik” hőmérséklete kiegyenlítődik minden lépésben. Végül „vonatonként” egyesítsük a „kocsik” tartalmát. (75,4 °C)

.e) Készítsünk Excel táblázatot, mellyel könnyen számolható, ha a „vonatos” módszert alkalmazzuk 10-10, és 50-50 részre osztással. (10-10 esetén 82,4 °C; 50-50 esetén 92,0 °C)

.a) Az m_1, t_1 és m_2, t_2 keverésekor a közös hőmérséklet $t_k = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$.

.b)

Csak a hideget osztom 3 részre:

	100			
0	75	75		
0	56,25	56,25	57,8125	
0	42,1875	42,1875		

Az eredetileg hideg víz egyes részei, illetve a végső közös hőmérsékletük.

.c)

Csak a meleget osztom 3 részre:

	100	100	100	
0	25	43,75	57,8125	a hideg végül.

.d)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Mindkettőt 5- 5 részre osztom												
2													
3			100	100	100	100	100						
4		0	50	75	87,5	93,75	96,875		96,875				
5		0	25	50	=(D5+E4)/2		89,063		89,063				
6		0	12,5	31,25	50	65,625	77,344		77,344	75,391			
7		0	6,25	18,75	34,375	50	63,672		63,672				
8		0	3,125	10,9375	22,656	36,328	50		50				
9													

Az eredetileg hideg víz egyes részei, illetve a végső közös hőmérsékletük.

Mindkét vizet egyre több részre osztva, az eredetileg hideg víz hőmérséklete tetszőlegesen közel kerülhet az eredetileg meleg víz hőmérsékletéhez (miközben a másik víz szimmetrikusan lehül).

A fenti meglepő módszer alkalmazásával az „ellenáramú hőcserélők”-ben hosszú szakaszon áramoltatnak egymással szemben pl. kinti hideg friss levegőt és benti elhasznált meleg levegőt.

A hideg környezetben élő, de állandó, meleg testhőmérsékletű élőlényeknél is kikísérletezte az evolúció a fenti módszert: Az élőlények hajsálérhálózatában hosszan egymással szemben áramlik kifelé artériás meleg és befelé a vénás hideg vér, miközben hőmérsékletük szinte „kicsérélődik”, mire megérkeznek a célterületre.

.36) *Derült őszi éjszakákon akkor is belepheti a dér az autót, ha nem csökken $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ alá a környező levegő hőmérséklete.

.a) Hogy lehet ez?

.b) Az autónak általában a teteje lesz deres, esetleg az oldala, de semmiképpen sem az alja. Miért?

.c) Hova álljon az autó, hogy ne legyen deres? (**közel egy épülethez, fához, tárgyhöz**)

.a) A dér a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ alatti hőmérsékletű tárgyakon fagy ki a levegőbeli vízgőzből. Az autó deres felülete fagypont alatt van, miközben a levegőé $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ felett lehet.

.b) A hőáramlás 3 fajtája közül melyikből tudnak hőt kapni és melyikben veszítenek hőt az egyes szereplők?

A földfelszín, az autó, épületek, tárgyak hőt sugároznak ki minden hőmérsékleten. Hősugárzás csak egymástól éri őket (a levegőtől nem). A kisugárzás miatt hűlnek. Kevésbé hűl az, ami (fekvése miatt) a többiek kisugárzásából részesülni tud.

A levegő nem nyeli el a tárgyak hősugárzását (sem a Napét) azon a hullámhosszon, amin az érkezik. Ezért (Kirchhoff-törvénye szerint) saját hősugárzása sem jelentős. A levegőt így alulról hűti a hidegebb felszín, így hőáramlás sem indulhat meg benne, mert alul sűrűbb. Tehát a levegő csak hővezetési kölcsönhatásban vesz részt a felszínnel és tárgyaival, azoknak hőt adva le.

A tárgyakat a kisugárzás addig hűti le, míg az alacsonyabb hőmérsékletük miatt meginduló hővezetéssel a melegebb levegőtől annyi hőt nem kapnak, ami éppen kompenzálja a kisugárzott hőt.

Azok a tárgyak hűlnek $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ alá és lesznek deresek, amik hőt sugároznak ki, de fekvésük miatt nem részesülnek más tárgyak kisugárzásából. Egyensúlyuk megtartásához kénytelenek lehűlni, és a kisugárzási deficitet a levegőtől hővezetés során elvenni.

Azon tárgyak, akik mások hősugárzásából is tudnak részesülni, az egyensúlyuk fenntartásához nem kényszerülnek a levegő hőmérséklete alá (esetleg $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ alá) lehűlni.

.c) Az autó alja a földfelszín hősugárzásából részesül, teteje pedig nem tud hősugárzást elnyelni. Ha épület mellé és fa alá áll, annak hősugárzásából tud részesülni, kevésbé deresedik.

.37) *Egy erősfalú tartály felében víz, felette normál állapotú levegő van. A tartályt lezárjuk, majd lassan melegíteni kezdjük. Mikor forr fel a tartályban lévő víz? (**sosem**)

A forrás akkor indulhat meg, amikor a vízbeli apró buborékok belsejében lévő telített vízgőz nyomása a hőmérséklet növekedésével eléri a vízfelszín feletti gáztér nyomását.

A víz felett most telített gőz alakul ki melynek nyomása (megegyezik a buborékban lévővel) hozzáadódik az eredetileg bezárt levegő nyomásához. Így a vízfelszín feletti nyomás mindig nagyobb lesz mind a vízben keletkező buborékokban a telített gőz nyomása.

.38) *Egy nagyon erős falú, állandó térfogatú tartályba $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on csupán víz és annak gőze van (más gáz nincs). A víz a tartály térfogatának alsó λ -ad részét teszi ki, így a tartályban lévő összes vízmolekula által létrehozott tartálybeli átlagsűrűség ρ . A mellékelt táblázat segítségével keressük a választ az alábbi kérdésekre:

$t\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	$\rho_{\text{víz}}\text{ (kg/m}^3\text{)}$	$\rho_{\text{gőz}}\text{ (kg/m}^3\text{)}$	$p_{\text{gőz}}\text{ (Pa)}$
5	999,9	0,0068	873
10	999,7	0,0094	1 230
20	998,2	0,0173	2 340
30	995,6	0,0304	4 240
40	992,2	0,0511	7 380
50	988,0	0,0831	12 300
60	983,2	0,130	19 900
70	977,8	0,198	31 200
80	971,8	0,293	47 400
90	965,3	0,423	70 100

100	958,4	0,597	101 300
125	939,1	1,30	232 000
150	917,1	2,55	476 000
175	892,3	4,61	892 000
200	864,7	7,86	1 554 000
225	833,9	12,7	2 548 000
250	799,1	20,0	3 974 000
275	759,2	30,5	5 943 000
300	712,4	46,1	8 584 000
325	654,6	70,5	12 050 000
350	574,7	113,5	16 520 000
370	453,1	200,3	21 030 000
374,2	326,2	326,2	22 060 000

- .a)** $\lambda = 0,2$ kezdeti helyzetből indulva a tartály térfogatának hányad részét foglalja el a gőz 200°C -on? **(77,6%)**
- .b)** Ha a tartályba kezdetben csak $\lambda = 0,02$ -nyi vizet öntünk, akkor mekkora lesz a nyomás 300°C -on? **(4,35 MPa)**
- .c)** Mekkora a gőztérfogat aránya 370°C -on, ha $\lambda = 0,2$, és ha $\lambda = 0,7$? **(1 ill. 0)**
- .d)** $\lambda = 0,2$ kezdeti helyzetből indulva ábrázoljuk a tartálybeli gőz térfogatarányát a hőmérséklet függvényében. Mely hőmérsékleten lesz a gőz térfogataránya a legkisebb? **(275 °C)**
- .e)** $\lambda = 0,3262$ kezdeti vízmennyiség esetén milyen halmazállapotú fázisok lesznek jelen a tartályban a hőmérséklet növelésével? **(víz+gőz, majd gáz)**

Az 5°C -os hőmérsékletre tartozó kezdeti λ meghatározza az átlagsűrűséget a tömegmegmaradás miatt:
 $\lambda V \rho_{\text{víz}} + (1 - \lambda) V \rho_{\text{gőz}} = \rho V$. Mivel a telített gőz sűrűsége 5°C -on 5 nagyságrenddel kisebb a víz sűrűségénél, ezért ennek jogos elhanyagolásával az átlagsűrűsége $\rho \approx \lambda \rho_{\text{víz}}(5^\circ\text{C}) = \lambda \cdot 999,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Ha az edényben a vízgőz telített, akkor a gőz térfogataránya a tömeg megmaradását kifejező $\rho V = (V - V_{\text{gőz}}) \rho_{\text{víz}} + V_{\text{gőz}} \rho_{\text{gőz}}$ egyenletből $\frac{V_{\text{gőz}}}{V} = x(t) = \frac{\rho_{\text{víz}}(t) - \rho}{\rho_{\text{víz}}(t) - \rho_{\text{gőz}}(t)}$, ahol a víz és gőz sűrűsége a táblázatból olvasható ki.

.a) $\lambda = 0,2$ és $t = 200^\circ\text{C}$ esetén $x(200^\circ\text{C}) = \frac{864,7 - 199,9}{864,7 - 7,86} = 0,776$.

.b) $\lambda = 0,02$ és $t = 300^\circ\text{C}$ esetén $\rho = 19,99 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ és ezzel x értéke negatív lenne! Tehát nem lehet érvényes a feltételezésünk, hogy a gőz telített az edényben!

A telített gőzsűrűség már 250°C -on eléri a tartálybeli átlagsűrűséget, azaz az összes vízmolekula a gőz halmazállapotban lesz!

A 250°C -os telített gőz táblázatbeli nyomásából indulva, a 300°C -os hőmérsékletig a telítetlen gőznek izochor módon nő a nyomása 4,35 MPa-ra.

[Ha az ideális állapotegyenletét használnánk, abból 4,83 MPa-t kapnánk. Eszerint a gáznak már túl sűrű ahhoz, hogy ideálisnak lehessen tekinteni.]

.c) 370°C -on ...

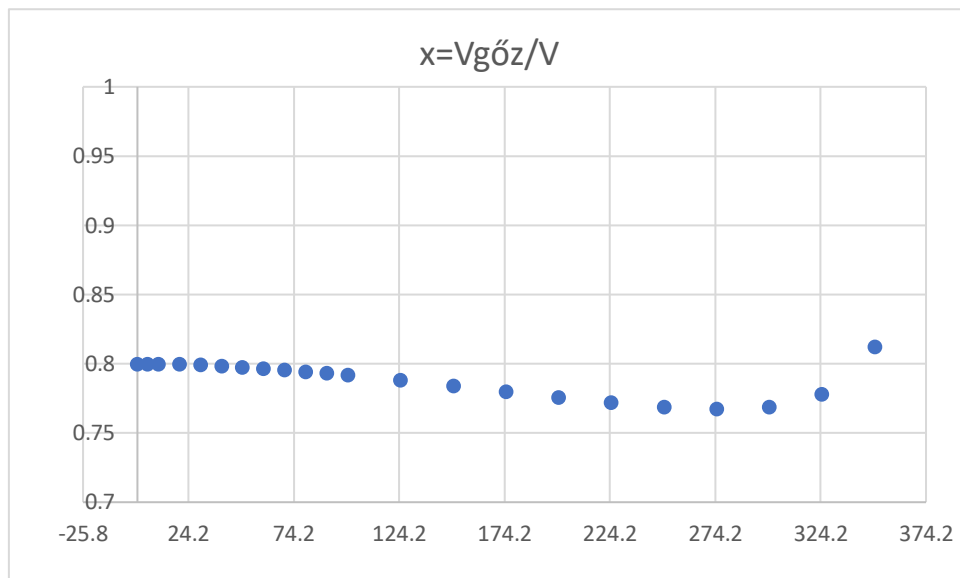
... $\lambda = 0,2$ esetén x értéke a táblázatbeli adatokkal 1-nél nagyobb lenne, ami lehetetlen. Mivel már kicsivel 370°C alatt a telített gőzsűrűség eléri az átlagsűrűséget (200 kg/m^3), ott már az összes vízmolekula gőzfázisban lesz, az e feletti hőmérsékleten az egész tartályban telítetlen gőz lesz, így $x = 1$.

... $\lambda = 0,7$ esetén x értékére a képlet negatív számot ad, ami szintén lehetetlen.

Túl sok a kezdeti víz! A sűrűsége már kicsivel 300°C fölött alacsonyodik a kezdeti átlagsűrűségnek (700 kg/m^3), így a tartály teljes térfogatára van szükség ahhoz, hogy a kezdeti molekulák a tartályban elférjenek (folyékony vízként).

300 °C körül a teljes tartályt víz tölti ki, így $x=1$. A további hőmérsékletnöveléskor valószínűleg *szétszakad a tartály*, ugyanis a folyékony víz gyakorlatilag összenyomhatatlanul tágul tovább.

.d) Meglepő, hogy a gőztérfogat nem monoton függvénye a hőmérsékletnek, hanem 275°C körül minimuma van (kb. 76%). A hőmérséklet növekedésével a víz sűrűsége csökken, és a folyékony víz térfogata nő, mégpedig a gőztérfogat rovására. De a gőz sűrűsége is nő, exponenciálisan, így egyre több vízmolekulát igényel, ami hiányozni fog a vízből, csökkentve annak térfogatát.



.e) $\lambda = 0,3262$ miatt $\rho = 326,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Mivel **374,2 °C-ig** a $326,2 \text{ kg/m}^3$ átlagsűrűség alá nem csökken a vízsűrűség, ezért a teljes tartályt sosem tölti ki csupán folyékony víz, illetve mivel a gőzsűrűség nem haladja meg a $326,2 \text{ kg/m}^3$ átlagsűrűséget, ezért a telített gőz sem lesz egyedül a tartályban a folyamat alatt. **Mindig lesz egy határfelület, ami alatt víz, felette telített gőz található.**

374,2 °C-on (a *víz kritikus hőmérséklete*) a víz és a gőz sűrűsége (és most a tartálybeli átlagsűrűség is) megegyeznek, ezért **eltűnik a határfelület**, innentől egységes, **gáz** halmazállapot lesz a hőmérséklet növelésével.